023

9434

# ITEP B.Sc. B.Ed. (Ist Semester) Examination, 2024
# MATHEMATICS PAPER (DCMA-101) MAJOR
# CALCULUS-I
(Held in 2025)

*Duration of Examination: 3 Hours* — *Max. Marks: 70*

023

*परीक्षा की अवधि: 3 घण्टा* — *पूर्णांक : 70*

***Instructions to the Candidates:***

***परीक्षार्थी के लिए निर्देश:-***

*Qusetion paper is divided into parts viz A & B. Part A A consists of 10 compulsory questions which are short answered. Attempt question from Part B at least one question from each unit. Answer limit is 300 words. The marks of each quesiton are given against it.*

*प्रश्न पत्र अ और ब दो भागों में विभाजित है। भाग-अ में 10 अनिवार्य प्रश्न हैं जो लघुउत्तरात्मक हैं। भाग ब में प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न का चयन करते हुए उत्तर दीजिये। उत्तर सीमा 300 शब्द है। प्रत्येक प्रश्न के अंक सामने अंकित हैं।*

023

## Part-A/भाग-अ

10×2=20

1. Find the radius of curvature at the point (S, $\psi$ ) of the curve $S = c\log\sec\psi$

   वक्र $S = c\log\sec\psi$ के बिन्दु (S, $\psi$ ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

2. Prove that for the curve $r = ae^{\theta\cot\alpha}$ , the tangent is inclined at a constant angle with the radius vector.

   सिद्ध कीजिए कि वक्र $r = ae^{\theta\cot\alpha}$ में स्पर्शी, ध्रुवान्तर रेखा में एक अचर कोण पर झुकी है।

3. Verify Euler's theorem for the following function :-

   निम्न फलन के लिए आयलर प्रमेय का सत्यापन कीजिए :-

   $F(x,y,z) = 3x^2yz + 5xy^2z + 4z^4$

4. Write the necessary condition for F(a,b) to be an extreme value of F(x,y).

   फलन F(x,y) के चरम मान F(a,b) होने का आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।

5. Find the asymptote parallel to the coordinate axes of the following curve :

   निम्न वक्र की निर्देश अक्षों के समांतर अनन्त स्पर्शी ज्ञात कीजिए :

   $$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$$

6. Define envelpes. Find the envelopes of the family of the straight lines; $y = mx + \frac{a}{m}$ , where m is parameter.

   अन्वालोप को परिभाषित कीजिए। रेखा $y = mx + \frac{a}{m}$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहा m प्राचल है।

7. Define radius of curvatrure.

   वक्रता त्रिज्या को परिभाषित कीजिए।

8. Verify Euler's theorem for the function $F(x,y) = ax^2+2hxy+by^2$.

   फलन $F(x,y) = ax^2+2hxy+by^2$ के लिए आयलर प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

9. Find the points of inflexion of the curve $y=3x^4-4x^3+1$

   वक्र $y=3x^4-4x^3+1$ के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

10. Define singular point. Wirte its types.

    विचित्र बिन्दु को परिभाषित करते हुए इसके प्रकारों को लिखिए।

## Part-B/भाग-ब

023

### Unit-I/इकाई-1

11. Find the radius of curvature at the point $\left(\frac{3a}{\alpha},\frac{3a}{\alpha}\right)$ on the folium $x^3+y^3 = 3axy$. 12

फोलियम $x^3+y^3 = 3axy$ के बिन्दु $\left(\frac{3a}{\alpha},\frac{3a}{\alpha}\right)$ पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

**OR/अथवा**

Find $\frac{ds}{d\theta}$ for the following curves :-

निम्न वक्रों के लिए $\frac{ds}{d\theta}$ ज्ञात कीजिए।

a. $r = a(1+\cos\theta)$, b. $\frac{2a}{r} = 1+\cos\theta$

### Unit-II/इकाई-2

12. Find the point where the function $x^3+y^3-3axy$ has maximum or minimum value. 12
उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ फलन $x^3+y^3-3axy$ का मान उच्चतम या न्यूनतम है।

**OR/अथवा**

If $u = F(r)$, where $r = \sqrt{x^2+y^2}$ ; then prove that :

यदि $u = F(r)$, जहाँ, $r = \sqrt{x^2+y^2}$ तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = F^{11}(r)+\frac{1}{r}f^{1}(r)$$

### Unit-III/इकाई-3

023

13. Find the envelope of the family of the straight lines $ax\sec\alpha - by\,\text{cosec}\,\alpha = a^2-b^2, \alpha$ being the parameter. 13

सरल रेखा $ax\sec\alpha - by\,\text{cosec}\,\alpha = a^2-b^2$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए जहां $\alpha$ एक प्राचल है।

**OR/अथवा**

Find the asymptotes of the following curves.
निम्न वक्र की अनन्त स्पर्शिया ज्ञात कीजिए :

$$x^3-5x^2y+8xy^2-4y^3+x^2-3xy+2y^2-1=0$$

### Unit-IV/इकाई-4

14. Trace the following witch. 13

निम्न विच का अनुरेखण कीजिए : $xy^2 = 4a^2(2a-x)$

**OR/अथवा**

Prove that at $x = a$ the curve $ay^2=(x-a)^2(x-b)$ has :-

i. a conjugate point, If a < b., ii. a node, if a > b, iii. a cusp, if a = b

सिद्ध कीजिए कि वक्र $ay^2=(x-a)^2(x-b)$ के लिए x = a पर

i. एक संयुग्मी बिन्दु है, यदि a < b, ii. नोड है, यदि a > b, iii. उभयाग्र है, यदि a = b